

## Corrigé des exercices de physique générale IV: Ondes et Electromagnétisme

Test 1, 26 avril 2004

Section: Physique

### Exercice 1

La force de Lorentz,  $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$  doit être maximale. Comme  $\vec{B}$  est orienté N-S,  $\vec{v}$  doit être parallèle à l'équateur. De plus, la force agira dans un plan vertical, l'avion doit donc aussi voler avec ses ailes dans un plan vertical par rapport à la terre pour avoir une séparation de charges maximale, donc une force électromotrice induite maximale.

Autre raisonnement: La force électromotrice  $\varepsilon = \int (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l}$  est maximale si le vecteur  $\vec{v} \wedge \vec{B}$  est maximal et s'il est parallèle à  $d\vec{l}$ . La première condition entraîne que  $\vec{v}$  doit être parallèle à l'équateur et puisque  $\vec{v} \wedge \vec{B}$  est dans un plan vertical, la deuxième condition entraîne que les ailes sont dans un plan vertical.

### Exercice 2

La force agissant sur le conducteur 1, due au champ d'induction magnétique créé par le conducteur 2, s'écrit:

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = I_1 L \wedge \vec{B}_2 \quad (1)$$

Le champ magnétique  $\vec{B}_2$  est donné par

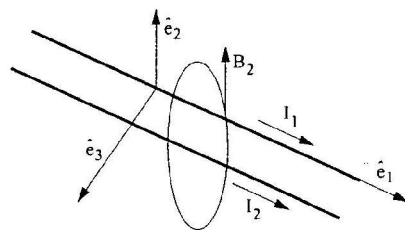
l'équation (équation 103):  $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \hat{e}_2$ . La

direction du champ magnétique se trouve toujours dans un plan perpendiculaire aux deux fils. Mais au niveau du premier fil, la direction de ce champ est selon  $\hat{e}_2$ . Ainsi,

$$\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = I_1 L \hat{e}_1 \wedge B_2 \hat{e}_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} L \hat{e}_3 \quad (2)$$

La force, ici d'attraction, par unité de longueur est donc:  $F_{2 \rightarrow 1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

p.1



### Exercice 3

#### 1ère méthode (conservation de l'énergie):

Le cylindre ressent la force magnétique suivante:

$$\vec{F} = I \vec{d} \wedge \vec{B} = IdB \hat{e}_1 \quad (1)$$

La conservation de l'énergie entre l'instant initial et le moment où le cylindre atteint la fin du rail s'écrit:

$$(E_{\text{cin. rot}} + E_{\text{cin. trans}})_{\text{initial}} + W_{\text{fourni}} = (E_{\text{cin. rot}} + E_{\text{cin. trans}})_{\text{final}} \quad (2)$$

Dans notre cas, cette équation se réduit à:

$$0 + 0 + FL = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}I_{\text{in}}\omega_f^2 \quad (3)$$

Dans le cas d'un cylindre, le moment d'inertie est donné par:  $I_{\text{in}} = \frac{1}{2}mR^2$ . De plus, la relation entre

la vitesse et la vitesse de rotation du cylindre est:  $v = \omega R$ .

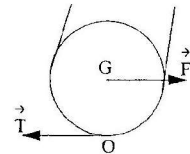
En combinant ces différentes relations, il est possible de calculer la vitesse du cylindre lorsque celui-ci quitte les rails. La vitesse finale est donnée par:

$$v_f = \sqrt{\frac{4IdBL}{3m}} = 0.61 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4)$$

#### 2ème méthode (théorème du moment cinétique):

Théorème du moment cinétique exprimé par rapport au centre de gravité G du cylindre:

$$\frac{d\vec{L}_G}{dt} = \vec{M}_G \Rightarrow I_{\text{in}_G} \frac{d\omega}{dt} = RT$$



où T est la force de frottement. Avec  $v = \omega R$ , on obtient que  $T = \frac{I_{\text{in}_G}}{R^2} \frac{dv}{dt}$ .

Eq. de Newton pour le point G:

$$m \frac{dv}{dt} = F - T \Rightarrow \frac{dv}{dt} = IdB - \frac{I_{\text{in}_G}}{R^2} \frac{dv}{dt}$$

Avec  $I_{\text{in}_G} = \frac{1}{2}mR^2$ , on a

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2IdB}{3m}$$

p.2

On peut en déduire la vitesse et la position en fonction du temps:  $v = \frac{2IdB}{3m}t$  et  $x = \frac{1}{2} \frac{2IdB}{3m}t^2$

La vitesse finale en  $x=L$  est donc donnée par  $v_f = \sqrt{\frac{4IdBL}{3m}} = 0.61 \frac{m}{s}$

### 3ème méthode (théorème du moment cinétique):

Théorème du moment cinétique exprimé par rapport au point de contact O du cylindre:

$$\frac{dL_O}{dt} = M_O \Rightarrow I_{mO} \frac{d\omega}{dt} = RF$$

Le moment d'inertie du cylindre calculé par rapport à O est donné par:

$$I_{mO} = I_{mG} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$$

Avec  $v = \omega R$ , on obtient

$$\frac{dv}{dt} = \frac{2F}{3m} = \frac{2IdB}{3m}$$

On peut en déduire la vitesse et la position en fonction du temps:  $v = \frac{2IdB}{3m}t$  et  $x = \frac{1}{2} \frac{2IdB}{3m}t^2$

La vitesse finale en  $x=L$  est donc donnée par  $v_f = \sqrt{\frac{4IdBL}{3m}} = 0.61 \frac{m}{s}$

### Exercice 4

Le champ magnétique créé par le fil dans le plan  $y = 0$  du dispositif est :

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2\pi z} \vec{e}_y \quad (1)$$

a) La fem induite s'écrit soit :

$$\varepsilon = \int (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{1}{z} dz = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} \quad (2)$$

ou à partir de l'équation du flux :

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{x(t)}{z} dz \quad (3)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \left[ \frac{\mu_0 I x(t)}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{1}{z} dz \right] = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} \quad (4)$$

et on obtient :

$$\varepsilon = 0.24 [mV] \quad (5)$$

b) On sait que  $i = \frac{\varepsilon}{R}$  dans le cas présent. Or,

$$R = \frac{\rho L}{S} = 3 [m\Omega] \quad (6)$$

donc le courant donne :

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = 0.08 [A] \quad (7)$$

où  $i$  va dans la direction positive de  $z$ .

c) La puissance dégagée par effet Joule s'écrit :

$$P = Ri^2 = 19 [\mu W] \quad (8)$$

d) La force magnétique agissant sur un segment  $dz$  du cylindre est donnée par :

$$d\vec{F} = -iB(z)dz\vec{e}_x \quad (9)$$

$$|\vec{F}| = i \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{z} dz = \frac{\mu_0 i I}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} = 3.84 [\mu N] \quad (10)$$

La force externe doit donc être égale et opposée ( $x$  positifs).

e) Puissance mécanique :

$$P = Fv = 19 \mu W \quad (11)$$

La puissance mécanique est évidemment égale à la puissance thermique, puisqu'il n'existe ni accélération ni autre perte (frottements, etc.).

### Exercice 5

Les deux perturbations vont se mouvoir avec des vitesses de même amplitude, mais de directions opposées:

$$|u_1| = |u_2| = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\tau L}{m}} = 158 \text{ [m/s]}. \quad (1)$$

Ici,  $L$  est la longueur du fil et  $\tau$  représente la tension exercée sur ce dernier. La position de la première perturbation est donnée par  $x_1 = u_1 t$  et celle de la deuxième par  $x_2 = -u_2(t - t_0) + L$ , où  $t_0 = 30 \text{ [s]}$  est le décalage temporel entre les deux perturbations. Ces dernières se rencontrent lorsque  $x_1 = x_2$ , i.e. lorsque  $t_R = 0,047 \text{ [s]}$ ; le point de rencontre sera

$$x_R = u_1 t_R = 7,37 \text{ [m]}. \quad (2)$$

### Exercice 6

a) D'après l'équation 10 on obtient

$$u_1 = \sqrt{\frac{Mg}{2\mu_1}} = 28,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$u_2 = \sqrt{\frac{Mg}{2\mu_2}} = 22,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) De l'égalité des vitesses  $u_1 = u_2$  on a

$$\frac{M_1}{\mu_1} = \frac{M_2}{\mu_2}$$

et avec  $M = M_1 + M_2$

$$M_1 = \frac{M\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} = 187,5 \text{ g}$$

$$M_2 = \frac{M\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = 312,5 \text{ g}$$